Topologie et maillage des surfaces paramétrées à partir d'une modélisation B-Rep

Patrick Laug

INRIA Rocquencourt, projet Gamma
BP 105, 78153 Le Chesnay Cedex, France
patrick.laug@inria.fr

Résumé :

La simulation numérique de phénomènes physiques occupe une part de plus en plus importante dans la conception d'un produit industriel. La plupart des systèmes de CAO (conception assistée par ordinateur) utilisent une modélisation B-Rep (boundary representation), *où la frontière surfacique de l'objet est représentée par une juxtaposition de carreaux de formes quelconques. Chaque carreau est lui-même défini par une application d'un domaine paramétrique plan vers l'espace tridimensionnel. Une simulation par la méthode des éléments finis (MEF) suppose la génération d'un maillage de la surface de l'objet étudié, et éventuellement de son volume. La qualité du maillage généré est cruciale pour la convergence de la simulation et la validité de la solution. Cet article présente une méthodologie pour générer automatiquement des maillages de calcul à partir d'un modèle B-Rep.*

Abstract :

The numerical simulation of physical phenomena takes an increasing part in the design of an industrial product. Most of CAD (computer aided design) systems use a B-Rep (boundary representation) modelization, where the surface boundary of the object is represented by a juxtaposition of patches of arbitrary shapes. Each patch is itself defined by a mapping from a planar parametric domain to the tridimensional space. A simulation by the finite element method (FEM) requires the discretization of the surface, and the volume if necessary, of the considered object. The quality of the generated mesh is crucial for the convergence of the simulation and the validity of the solution. This paper presents a methodology to generate automatically computational meshes from a B-Rep model.

Mots-clefs :

topologie ; maillage ; surface ; modélisation B-Rep ; carreau paramétré ; courbe paramétrée ; éléments finis

1 Introduction

Afin de réduire les délais et les coûts de développement, la phase de conception d'un produit intègre de plus en plus de simulations numériques, notamment dans les domaines de la mécanique des solides et des fluides. Durant cette phase de conception, deux types de modélisations sont couramment utilisées dans les systèmes de CAO :

- La modélisation CSG (*constructed solid geometry*), dans laquelle l'objet est défini par une suite d'opérations ensemblistes (union, intersection, soustraction, etc.) sur des solides élémentaires.
- La modélisation B-Rep (*boundary representation*), dans laquelle l'objet est représenté par la topologie et la géométrie des courbes et des surfaces qui recouvrent sa frontière. Chaque surface élémentaire, appelée carreau, est définie par une application d'un domaine paramétrique plan vers l'espace tridimensionnel.

Dans la plupart des systèmes, il est possible d'obtenir une modélisation B-Rep, soit directement soit à partir d'une représentation CSG (la conversion inverse, de B-Rep vers CSG, étant beaucoup plus difficile voire même impossible). Cette modélisation B-Rep de la surface est généralement disponible via des requêtes appropriées.

La méthodologie présentée dans cet article permet d'utiliser cette représentation afin de générer automatiquement un maillage utilisable pour un calcul par la méthode des éléments finis. Ainsi, le maillage doit respecter certains critères de qualité pour assurer la convergence des calculs et la validité des résultats. Le processus de maillage proposé peut être décomposé en plusieurs étapes :

1. Si nécessaire, réparation CAO en vue d'obtenir un assemblage topologiquement conforme de carreaux.
2. Discrétisation des courbes frontières des carreaux, en particulier des courbes interfaces partagées par plusieurs carreaux.
3. Maillage surfacique des carreaux, en s'appuyant sur les discrétisations précédentes des courbes.
4. Le cas échéant, maillage du volume de l'objet, en s'appuyant sur le maillage précédent de sa frontière surfacique.

Le maillage résultant est alors utilisé pour une simulation numérique. Les étapes 2 à 4 peuvent être réitérées dans le cas d'un phénomène évolutif ou d'une boucle de remaillage adaptatif.

Dans les sections suivantes, les trois premières étapes du processus de maillage (reconstitution de la topologie, discrétisation des courbes et maillage des surfaces) sont détaillées. Concernant l'étape éventuelle de maillage volumique, le lecteur pourra consulter l'article joint [1].

2 Réparation CAO afin d'obtenir un assemblage topologiquement conforme de carreaux

Pour pouvoir mailler une surface, sa description doit comprendre des informations à la fois géométriques et topologiques. Les informations *géométriques* comprennent en particulier les équations paramétriques des courbes et des carreaux qui composent cette surface. Les informations *topologiques* indiquent par exemple si deux carreaux sont adjacents ou non. Dans le cas le plus favorable, ces informations topologiques sont maintenues tout au long du processus de conception. Le principe est d'associer alors un même numéro de référence (*tag*) à une extrémité commune à plusieurs courbes, ou à une courbe partagée par plusieurs carreaux. Si ces informations sont absentes, l'objectif est de les reconstituer à partir des seules informations géométriques.

Ce problème de reconstitution de la topologie est difficile lorsque la modélisation géométrique de l'objet est de précision médiocre. Dans ce cas, deux carreaux théoriquement adjacents peuvent être séparés par une fente ou au contraire se recouvrir partiellement. Une « réparation CAO » (*CAD repair*) est alors nécessaire et cette opération est le plus souvent manuelle, son automatisation restant un problème mal résolu. Cependant, lorsque la précision géométrique est acceptable, notre objectif de reconstitution de la topologie peut être atteint en utilisant des seuils de tolérance. Pour des raisons pratiques, nous définissons deux seuils de tolérance, ε_1 pour les distances propres à un seul carreau et ε_2 pour les distances entre deux carreaux différents. Pour un objet de taille normalisée, on prendra par exemple $\varepsilon_1 = 10^{-5}$ et $\varepsilon_2 = 10^{-2}$.

Ainsi, pour identifier deux points communs, deux cas sont envisagés :
- S'ils appartiennent à un même carreau, leur distance doit être inférieure à ε_1.
- S'ils appartiennent à deux carreaux différents, leur distance doit être inférieure à ε_2.

Deux courbes sont alors considérées comme étant communes si elles vérifient les trois propriétés suivantes :
- Elles appartiennent à deux carreaux différents.
- Les extrémités de l'une des deux courbes sont communes avec celles de l'autre courbe (mêmes numéros globaux respectifs).
- Leur distance de Hausdorff est inférieure à ε_2. En pratique, chaque courbe est approchée par une ligne polygonale. La distance entre tout sommet de l'une des deux lignes polygonales et une arête de l'autre doit être inférieure à ε_2, et *vice versa*.

Pour traiter le cas des courbes se chevauchant partiellement, il est préalablement nécessaire de projeter chaque extrémité P sur toute courbe C appartenant à un autre carreau et voisine (distance inférieure à ε_2). Si la longueur du segment courbe compris entre le point projeté P' et l'une des extrémités de C est inférieure à ε_1, le point P et cette extrémité sont considérés comme étant communs. Sinon, la courbe C est subdivisée en P', et les points P et P' sont considérés comme étant communs.

Par exemple, la figure 1 représente trois carreaux (à gauche, numéros des points sur la frontière de ces trois carreaux ; à droite, numéros des courbes). Initialement, les points et les courbes sont numérotés de manière séquentielle. Ainsi, des numéros apparaissent superposés à gauche de la figure lorsque deux extrémités de courbes sont géométriquement confondues. Cet effet est visible sur le rectangle inférieur dont les côtés sont d'extrémités respectives 1-2, 3-4, 5-6 et 7-8, et sur la frontière du carreau de gauche (resp. droite) comprenant les segments 9-10, 11-12, ..., 21-22 (resp. 23-24, 25-26, ..., 35-36). La partie droite de la figure montre les numéros des courbes, tous différents, de 1 à 18.

Sur la figure 2, les extrémités et les courbes communes ont été identifiées (pour des valeurs de ε_1 et ε_2 suffisamment grandes). De plus, les points 9, 10 et 24 ont été projetés sur le côté supérieur du rectangle. Un maillage totalement conforme des trois carreaux pourra donc être généré.

Nous pouvons ainsi restaurer automatiquement la conformité d'un assemblage de carreaux dont certaines courbes frontières ne se recouvrent que partiellement. Il est beaucoup plus difficile de traiter efficacement le cas de courbes qui s'intersectent, celui de carreaux partiellement superposés, et celui de carreaux qui s'intersectent. Diverses recherches sont menées dans cette direction (voir en particulier [2]).

3 Discrétisation des courbes frontières de carreaux

Après avoir identifié les courbes communes à plusieurs carreaux ou propres à un seul carreau, ces courbes frontières sont discrétisées en respectant les spécifications de tailles souhaitées (uniformes, géométriques ou physiques). Cette étape de discrétisation des courbes précède celle du maillage des carreaux de manière à assurer la conformité du maillage final.

Chaque courbe est paramétrée, c'est-à-dire définie par une application continue d'un intervalle $I = [a, b]$ de $\mathbb{R}$ vers l'espace tridimensionnel. Ainsi, une courbe Γ de l'espace est définie

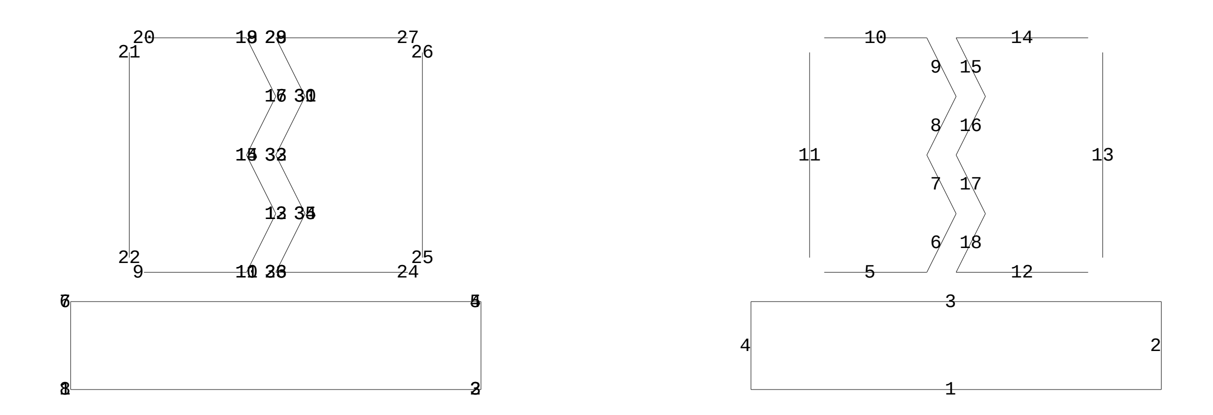


FIG. 1 – Numérotation initiale des points et des courbes.

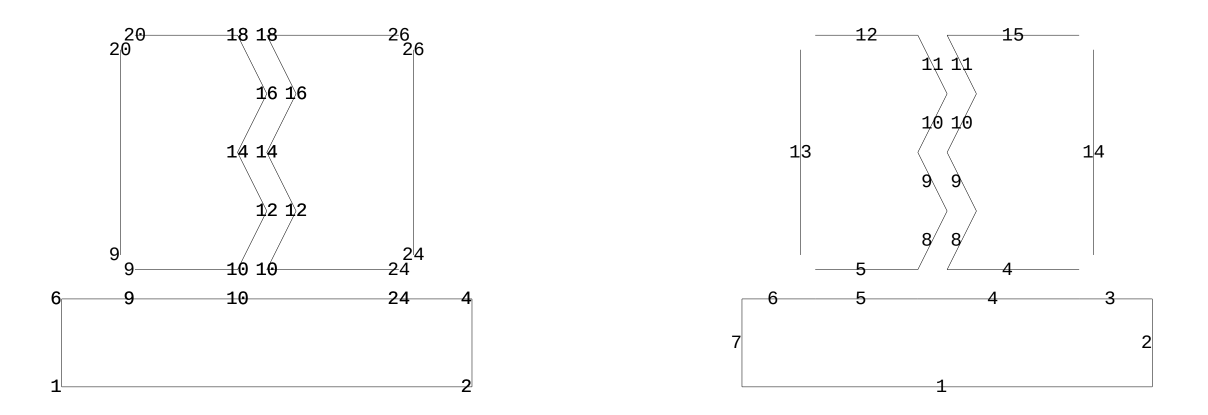


FIG. 2 – Numérotation montrant la topologie de l'assemblage conforme de carreaux.

par une application γ de la forme :

$$\gamma \,:\, I = [a, b] \,\longrightarrow\, \mathbb{R}^3\,, \qquad t \,\longmapsto\, \gamma(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \tag{1}$$

Rappelons que l'abscisse curviligne $s(t)$ d'un point $\gamma(t)$ sur la courbe Γ est donnée par la relation :

$$s(t) = \int_a^t ||\dot{\gamma}(u)|| \;\, du \tag{2}$$

En particulier, la longueur totale L de la courbe Γ est :

$$L = s(b) = \int_a^b ||\dot{\gamma}(t)|| \;\, dt \tag{3}$$

Notre objectif est d'obtenir une discrétisation $M(\Gamma)$ de la courbe Γ, c'est-à-dire de trouver une suite croissante de paramètres $(t_i)_{i=0,\ldots,n}$ (avec $t_0 = a$ and $t_n = b$) tels que chaque segment courbe (ou arc) $[\gamma(t_i)\,\gamma(t_{i+1})]$ obéisse à certaines spécifications de tailles. Par exemple, dans

le cas simple d'une discrétisation uniforme, la courbe Γ doit être subdivisée en un nombre donné n d'arcs de mêmes longueurs. La méthode de discrétisation comprend alors deux étapes principales :

1. Calculer la longueur totale $L = s(b)$ de la courbe Γ.
2. Déterminer les paramètres t_i tels que $s(t_i) = i\,\dfrac{L}{n}$, pour $i = 0, ..., n$, avec $t_0 = a$ et $t_n = b$, les abscisses curvilignes $s(t_i)$ étant données par l'équation 2.

La section 3.1 présente une approche dans laquelle ces deux étapes sont réalisées en utilisant directement les équations 2 et 3. Cependant, ce procédé est généralement coûteux en temps calcul, d'où une seconde approche (section 3.2) dans laquelle la courbe Γ est préalablement approchée, de manière très précise, par une ligne polygonale $S(\Gamma)$. Les sommets de la discrétisation cherchée $M(\Gamma)$ sont ensuite placés sur cette ligne polygonale $S(\Gamma)$ appelée ainsi *support*.

3.1 Discrétisation sans utilisation de support

L'algorithme de la section précédente présente deux difficultés essentielles :

– À chacune de ses deux étapes, comment évaluer la fonction $s(t)$ pour t donné dans l'intervalle $[a, b]$.
– À la deuxième étape, comment obtenir le paramètre t tel que $s(t) = s^*$, où s^* est un réel donné compris entre $s(a) = 0$ et $s(b) = L$.

Pour évaluer la fonction $s(t)$, il est nécessaire de calculer l'intégrale de l'équation 2 par un calcul formel ou, si ce calcul n'est pas possible, par une méthode d'intégration discrète de type « trapèzes » ou Simpson adaptatif.

Pour résoudre l'équation généralement non linéaire $s(t) = s^*$, la méthode de Newton-Raphson semble la plus adéquate. Elle permet en effet de trouver efficacement le paramètre t tel que la fonction $f(t) = s(t) - s^*$ s'annule, connaissant la dérivée $\dot{f}(t) = \dot{s}(t)$. Cependant, dans notre contexte, l'évaluation de la fonction f et de sa dérivée $\dot{f}$ est généralement coûteuse en temps CPU. Il est donc préférable d'utiliser le modèle discret présenté ci-dessous.

3.2 Discrétisation avec utilisation d'un support

Dans cette seconde approche, notre objectif est de construire une ligne polygonale $S(\Gamma)$, appelée *support*, approchant fidèlement une courbe Γ. Une solution simple, couramment utilisée en pratique, est d'utiliser une subdivision uniforme de l'intervalle de définition I de la fonction $\gamma(t)$. Cependant, cette méthode peut être inefficace car l'abscisse curviligne $s(t)$ n'est généralement pas une fonction linéaire du paramètre t. Ainsi, un modèle de support plus élaboré est proposé, permettant d'effectuer des interpolations linéaires tout en utilisant un minimum de points sur la courbe Γ. Le principe de base est de subdiviser la courbe Γ tant que l'erreur par linéarisation dépasse un certain seuil (pour plus de détails, voir la référence [3]).

Muni de ce support $S(\Gamma)$, l'algorithme donnant la discrétisation cherchée $M(\Gamma)$ est facile à mettre en œuvre et efficace. En effet, à l'étape 1, la longueur totale L de Γ peut être approchée par celle de la ligne polygonale $S(\Gamma)$. À l'étape 2, les points P_i peuvent être trouvés simplement par interpolation linéaire sur $S(\Gamma)$. Enfin, si les paramètres t_i correspondants sont demandés, ceux-ci peuvent être eux aussi calculés par interpolation linéaire. Cette propriété est particulièrement utile pour la méthode indirecte de maillage décrite dans la section suivante.

En résumé, nous avons montré comment discrétiser une courbe Γ, avec ou sans construction préalable d'un support $S(\Gamma)$, en respectant des spécifications de tailles uniformes. Le cas de spécifications quelconques isotropes ou anisotropes est traité de manière semblable, grâce à l'emploi de *métriques*. Ces méthodes de discrétisation d'une courbe sont détaillées dans la référence [4], et la notion de métrique est introduite dans la section suivante.

4 Maillage de la surface composée de carreaux

La surface à mailler est composée de carreaux dont les frontières ont été discrétisées comme indiqué précédemment. Pour obtenir un maillage conforme de cette surface, chaque carreau doit être maillé en respectant la discrétisation de ses frontières. Il existe essentiellement deux approches pour mailler un carreau paramétré. Dans la première approche, dite directe, le maillage du carreau est généré directement dans l'espace tridimensionnel. Ce type d'approche englobe les méthodes par arbre [5], par avancée de front [6] ou par pavage [7]. Dans la deuxième approche, dite indirecte, le domaine des paramètres du carreau est maillé et le maillage résultant est envoyé dans l'espace 3D. Cette approche indirecte est conceptuellement simple puisqu'un maillage plan est généré, et elle est donc généralement plus rapide et plus robuste qu'une méthode directe. Cependant, deux problèmes principaux doivent être résolus : le report de la discrétisation des courbes tridimensionnelles sur la frontière du domaine de paramètres, et le contrôle de la taille et de la forme des éléments du maillage plan.

4.1 Report d'une discrétisation 3D vers le domaine de paramètres

Tout carreau paramétré Σ est défini par une application σ :

$$\sigma \,:\, \Omega \subset \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3\,, \qquad u,v \longmapsto \sigma(u,v) = \begin{pmatrix} x(u,v) \\ y(u,v) \\ z(u,v) \end{pmatrix} \tag{4}$$

où Ω est un domaine de $\mathbb{R}^2$. La frontière de ce domaine est composée de courbes planes, chacune étant elle-même définie par une application ω :

$$\omega \,:\, I = [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}^2\,, \qquad t \longmapsto \omega(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \tag{5}$$

Ainsi, toute courbe Γ frontière d'un carreau paramétré est définie par une application composée $\gamma = \sigma \circ \omega$. Pour reporter chaque sommet de la discrétisation de Γ vers le domaine de paramètres, le problème est de trouver son antécédent par l'application γ. Cependant, les applications réciproques σ^{-1} et ω^{-1} ne sont généralement pas connues. Une première solution consiste à résoudre une équation généralement non linéaire par une méthode de type Newton-Raphson. Une deuxième solution utilisant un support discret $S(\Gamma)$ de la courbe Γ est souvent préférable, pour des raisons analogues à celles de la section 3.

4.2 Contrôle du maillage d'un domaine de paramètres

Généralement, les tailles des éléments à générer sont spécifiées dans l'espace tridimensionnel. Dans un cas classique de calcul par éléments finis, ces tailles sont isotropes afin d'obtenir un maillage le plus régulier possible (un maillage triangulaire idéal étant alors un maillage dont

tous les éléments sont équilatéraux). Le problème est de contrôler le maillage du domaine de paramètres, de manière à ce que son image par l'application σ respecte les tailles souhaitées. Du fait des déformations imposées par l'application σ, il s'agit en général de construire un maillage plan *anisotrope* dont l'image par σ est un maillage surfacique *isotrope*.

Pour contrôler non seulement la taille des éléments mais encore leur forme, des *métriques* sont utilisées. Une métrique $\mathcal{M}$ dans l'espace $\mathbb{R}^2$ muni de son repère usuel est définie par une matrice définie positive d'ordre 2. La longueur d'un segment PQ dans cette métrique $\mathcal{M}$ est définie par

$$l_{\mathcal{M}}(PQ) = \sqrt{\overrightarrow{PQ}^{\mathrm{T}} \ \mathcal{M} \ \overrightarrow{PQ}} \tag{6}$$

Notre objectif est de construire un maillage unité, c'est-à-dire un maillage dont chaque arête est de longueur 1 (un) dans cette métrique. Pour P et $\mathcal{M}$ fixés, le lieu des points Q tels que $l_{\mathcal{M}}(PQ) = 1$ est tel que

$$[l_{\mathcal{M}}(PQ)]^2 = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = a\,x^2 + 2\,b\,x\,y + c\,y^2 = 1 \tag{7}$$

Cette équation est celle d'une ellipse centrée en P, qui peut être caractérisée par un angle θ entre l'axe des abscisses du repère de $\mathbb{R}^2$ et un demi-axe quelconque de l'ellipse, par la longueur h_1 de ce demi-axe et par la longueur h_2 du demi-axe orthogonal. Ainsi, la taille requise pour une arête issue du point P est égale à h_1 dans la direction θ, à h_2 dans la direction orthogonale, et varie de manière monotone entre ces deux directions. En définissant une métrique $\mathcal{M}(P)$ en tout point P du domaine Ω, on obtient un champ anisotrope permettant de contrôler à la fois la taille et la forme des éléments générés, qui seront plus ou moins étirés selon l'excentricité de l'ellipse. Ce champ de métriques définit un espace riemannien sur le domaine Ω.

Une métrique peut également être définie en tout point d'un carreau de $\mathbb{R}^3$, dans le plan tangent à ce carreau. Cette méthode permet de spécifier la taille et la forme des éléments selon la géométrie de la surface et/ou selon le problème physique traité. Dans les références [8] et [9], nous montrons comment définir des métriques isotropes ou anisotropes dans le but de générer un maillage géométriquement proche de la surface.

Pour contrôler la taille des éléments d'un maillage isotrope, une *fonction de taille* $P \mapsto h(P)$ est définie en tout point P de Ω (ou interpolée dans le cas discret). La métrique $\mathcal{M}(P)$ définie plus haut prend alors la forme particulière :

$$\mathcal{M}(P) = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{h^2(P)} & 0 \\ & \\ 0 & \dfrac{1}{h^2(P)} \end{pmatrix} \tag{8}$$

Une métrique quelconque étant définie sur un carreau, il est possible d'en déduire la métrique correspondante dans le domaine des paramètres, en utilisant la première forme fondamentale de σ. Un maillage plan est alors construit à l'aide d'une approche combinée frontale/Delaunay dans un contexte riemannien [8].

5 Exemples d'applications

Dans un premier exemple, nous considérons un avion d'affaires de type Falcon construit par Dassault Aviation. Sa surface, définie ici par 14 carreaux paramétrés, a été maillée par le logiciel BLSURF [10] en respectant diverses spécifications. Tous les temps CPU constatés pour les générations de maillages de surfaces sont de l'ordre de quelques secondes, ces durées étant bien inférieures à celles des simulations numériques effectuées.

La figure 3 illustre une génération de maillage uniforme. Le milieu et le haut de cette figure représentent, respectivement, le maillage d'un domaine de paramètres et du carreau associé correspondant au fuselage. Comme expliqué plus haut, le maillage anisotrope du domaine plan produit un maillage isotrope de la surface gauche. Sur le domaine de paramètres de forme triangulaire, on peut identifier la pointe gauche correspondant au nez de l'avion, les deux « trous » correspondant aux emplacements de la voilure et du support de nacelle, et l'échancrure correspondant à l'emplacement de la dérive. En bas de la figure, un maillage de l'assemblage de tous les carreaux a été réalisé, comportant 6 717 triangles pratiquement équilatéraux. Ce type de maillage est utile à des études de réflexion radar.

La figure 4, en haut, représente un maillage géométrique de l'appareil. L'écart angulaire maximal entre un élément triangulaire et les plans tangents en ses trois sommets a été fixé à 8 degrés. Du fait de fortes variations de la courbure de la surface, et donc de la taille requise en tout point de cette surface, des triangles très étirés sont générés. Sur la figure du bas, cet effet est atténué grâce à un lissage de la carte de tailles. La gradation est de 1.3, ce qui signifie que le rapport entre les longueurs de deux arêtes adjacentes ne peut excéder ce seuil. Le nombre de triangles est de 9 107 pour le premier maillage et de 17 703 pour le second, ces derniers étant visiblement plus réguliers. Un tel maillage surfacique permet de mailler un volume extérieur à l'appareil en vue de calculs en mécanique des fluides, dont la convergence et la précision dépendent fortement de la qualité du maillage.

Le deuxième exemple a été fourni par Lectra, société spécialisée dans les équipements matériels et logiciels pour matériaux souples. Ses marchés sont la mode, l'habillement, la distribution, le transport, les tissus industriels et le composite. Le mailleur surfacique BLSURF a été intégré dans le logiciel DesignConcept (basé sur TopSolid) distribué par cette société. La figure 5 représente un appuie-tête et la figure 6 un siège automobile. La régularité des maillages obtenus assure le déroulement normal d'un algorithme de mise à plat, qui génère automatiquement des patrons afin de piloter des machines de découpe à grande vitesse.

6 Conclusion

Une méthodologie pour le maillage d'une surface composée de carreaux paramétrés a été présentée. La topologie de la surface est reconstituée le cas échéant, puis les courbes interfaces sont discrétisées et les carreaux sont maillés par une approche indirecte. Le maillage respecte des spécifications de tailles pouvant dépendre de la géométrie de la surface et du problème physique. Les exemples présentés, et surtout ceux que nous avons pu observer dans diverses applications industrielles ou universitaires, prouvent l'efficacité de cette méthode. Nos thèmes de recherche dans ce domaine s'orientent actuellement vers les surfaces périodiques et/ou dégénérées ainsi que les éléments courbes quadratiques.

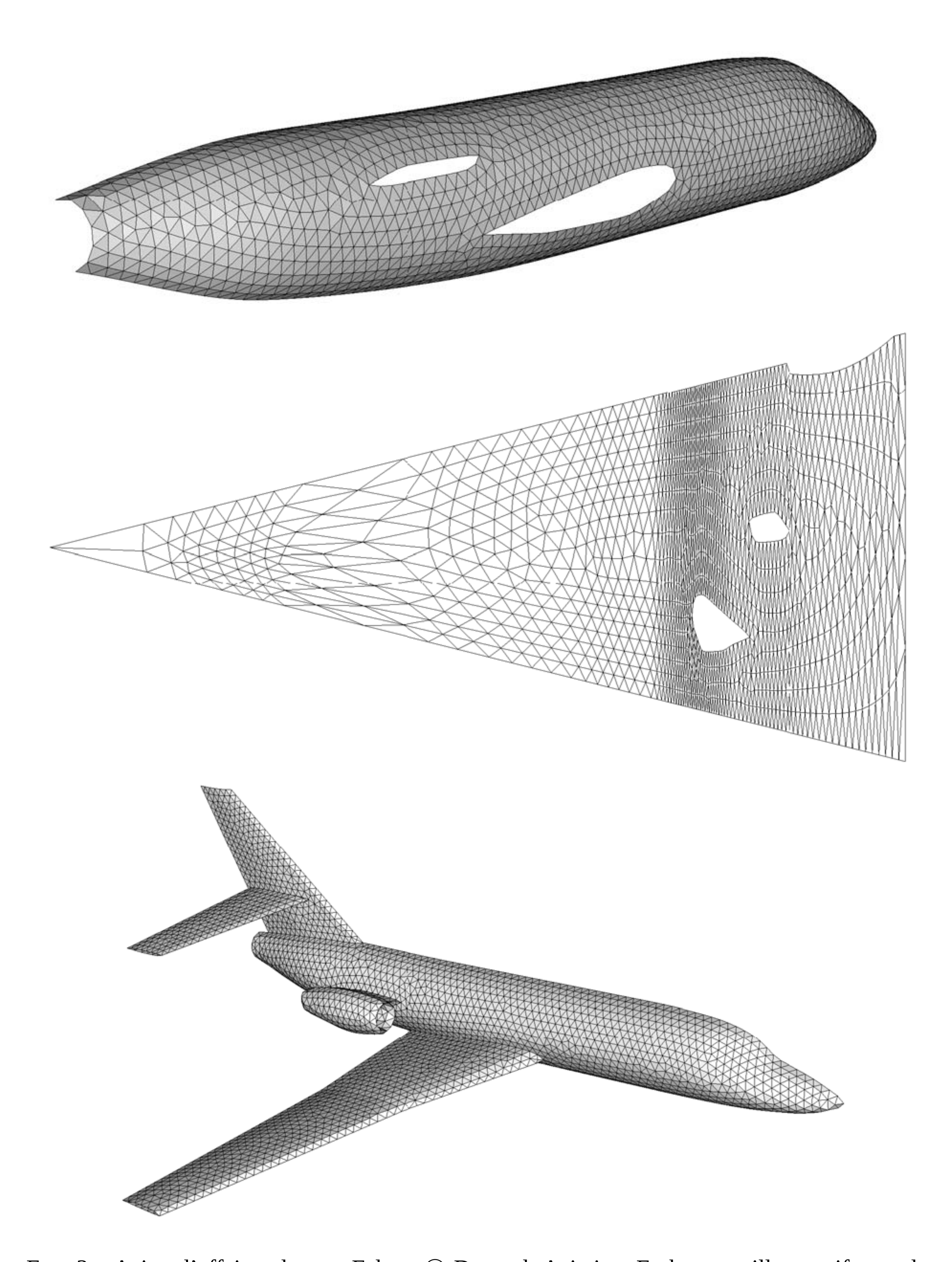


FIG. 3 – Avion d'affaires de type Falcon © Dassault Aviation. En haut, maillage uniforme du carreau correspondant au fuselage. Au milieu, maillage anisotrope du même carreau dans son domaine de paramètres. En bas, maillage uniforme de l'avion entier, ou plus précisément de sa partie droite composée de 14 carreaux.

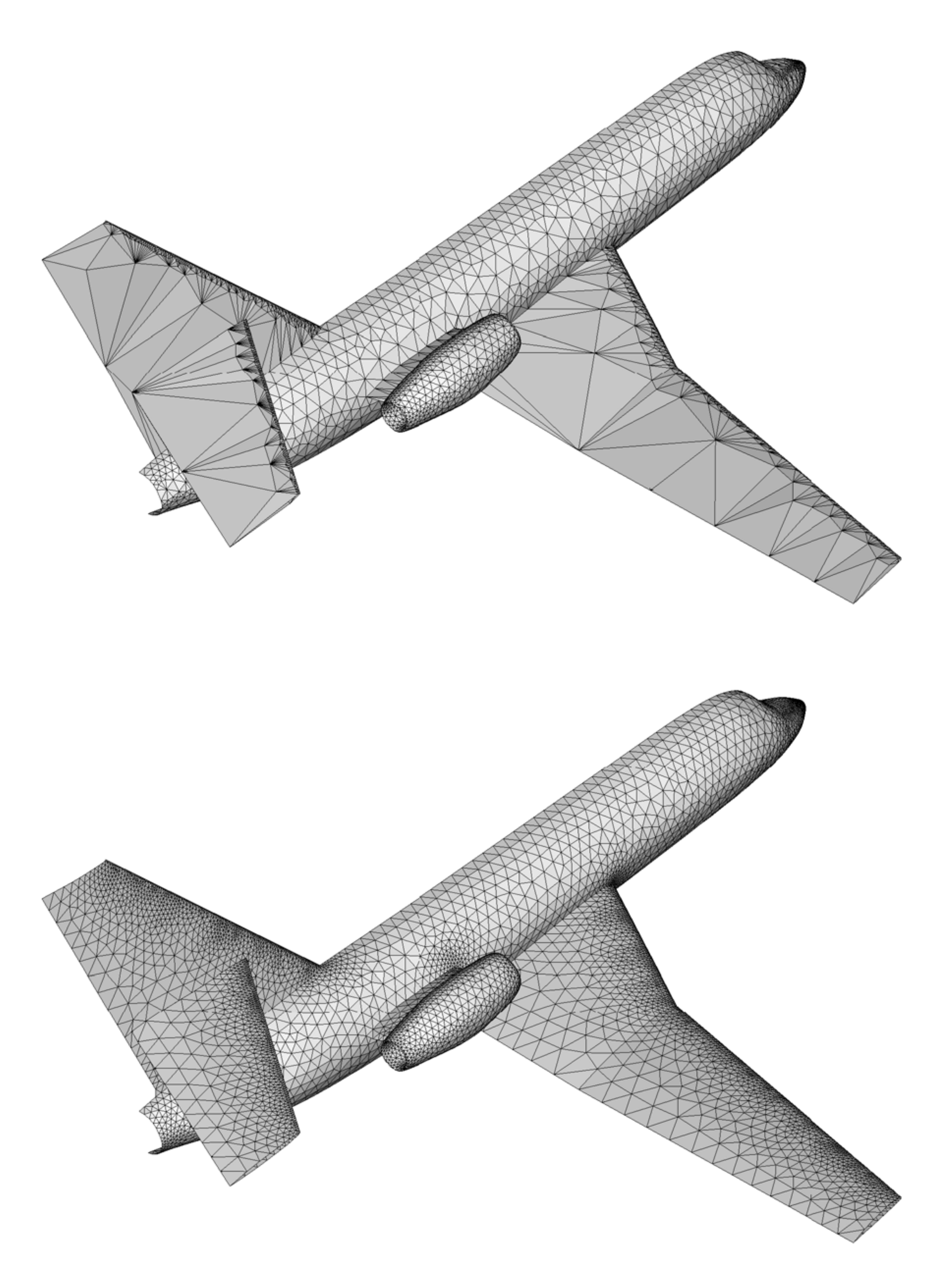


FIG. 4 – Avion d'affaires de type Falcon © Dassault Aviation. En haut, maillage géométrique avec une tolérance d'angle de 8 degrés (certains éléments sont étirés en raison d'importants chocs de tailles). En bas, maillage respectant une carte de tailles lissée avec une gradation de 1.3.

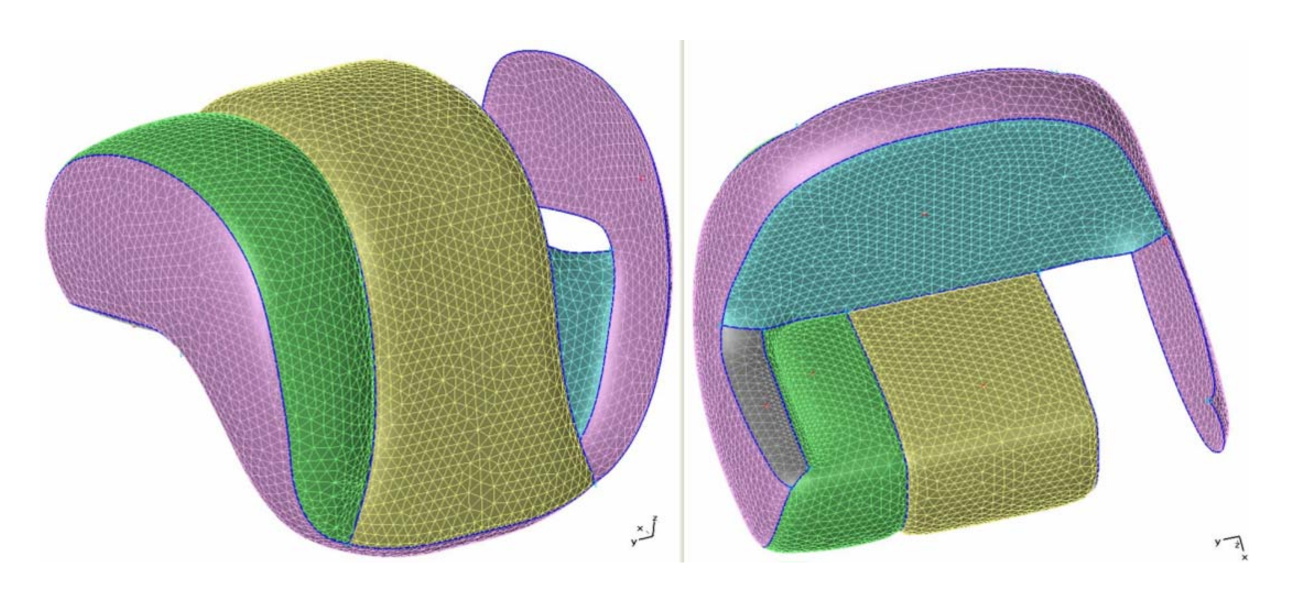


FIG. 5 – Appuie-tête © Lectra.

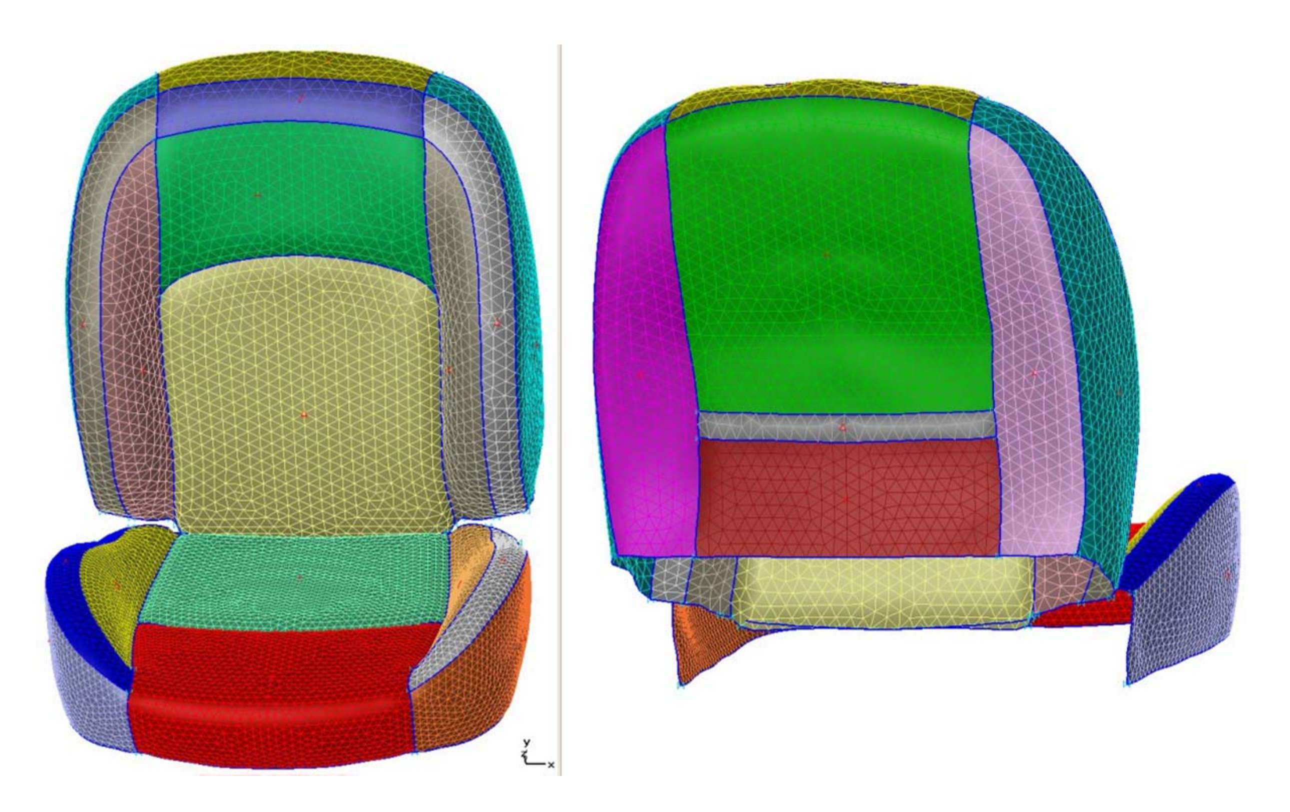


FIG. 6 – Siège automobile © Lectra.

Références

[1] P.L. George. Sur la construction de maillages. 17e Congrès Français de Mécanique, CFM 2005, Troyes, France, 2005.

[2] W.D. Henshaw. Generating composite overlapping grids on CAD geometries. 8th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations, Honolulu, Hawaii, USA, 2002.

[3] P. Laug and H. Borouchaki. Curve linearization and discretization for meshing composite parametric surfaces. *Communications in Numerical Methods in Engineering (CNME)*, 20(11) :869–876, 2004.

[4] P. Laug, H. Borouchaki, and P.L. George. Discrétisation adaptative des courbes. *Revue internationale de CFAO et d'informatique graphique (RCFAO)*, 11(6) :617–634, 1996.

[5] M.S. Shephard and M.K. Georges. Automatic three-dimensional mesh generation technique by the finite octree technique. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 32 :709–749, 1991.

[6] R. Löhner. Regridding surface triangulations. *Jour. of Comput. Phys.*, 126(6) :1–10, 1996.

[7] E. Hartmann. A marching method for the triangulation of surfaces. *The Visual Computer*, 14 :95–108, 1998.

[8] H. Borouchaki, P. Laug, and P.L. George. Parametric surface meshing using a combined advancing-front – generalized-delaunay approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering (IJNME)*, 49(1-2) :233–259, 2000.

[9] P. Laug and H. Borouchaki. Interpolating and meshing 3-d surface grids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering (IJNME)*, 58(2) :209–225, 2003.

[10] P. Laug and H. Borouchaki. BLSURF – mailleur de surfaces composées de carreaux paramétrés – manuel d'utilisation. Technical Report RT-0232, INRIA, 1999 et http ://www-rocq1.inria.fr/gamma/cdrom/www/blsurf/INDEX.html, 2005.